



PIBIC-CNPq

Determinação da resistividade elétrica de amostras com formato de paralelepípedo

FISMAT

Ricardo Cecconello, Vinicius Pavinato, Cláudio A. Perottoni, Fernanda Miotto

INTRODUÇÃO e OBJETIVO

A aplicação de **altas pressões** costuma provocar **alterações significativas** nas **propriedades físicas dos materiais**, como é o caso das propriedades elétricas – a exemplo, descobriu-se supercondutores à temperatura ambiente, acima de 200 GPa [1].

Medições da resistividade elétrica são realizadas fazendo contatos elétricos na superfície da amostra, geralmente plana e de pequena espessura. Contudo, seria interessante também poder aplicar a técnica de altas pressões (por exemplo, em câmaras *multi-anvil*) a amostras de outros formatos, como paralelepípedos.

O objetivo deste trabalho foi encontrar uma **solução analítica** para a medida da **resistividade** de amostras em formato de **paralelepípedo** com dimensões arbitrárias, pela **técnica de quatro pontos**.

MÉTODOS

Para a obtenção da solução analítica, a **equação de Laplace** para o eletromagnetismo foi resolvida considerando as condições de contorno do problema, baseando-se em abordagens discutidas na literatura [2].

Com a utilização da linguagem de **programação Python**, verificou-se as condições de convergência da solução obtida e comparou-se com soluções de problemas similares presentes na literatura [3-5].

RESULTADOS

Para a solução do problema, considerou-se uma amostra condutora conforme representado na Figura 1, com os quatro pontos na face superior, corrente elétrica I_0 aplicada entre os pontos 1 e 2 e diferença de potencial medida entre 3 e 4. Assim, obteve-se a solução (analítica) para esta **diferença de potencial**:

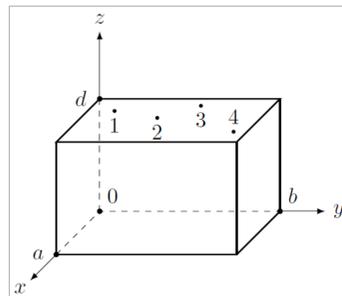


Figura 1 – Configuração da amostra.

$$\Delta\varphi_{3,4} = \sum_{m=1}^{\infty} \Delta\varphi_{m0} + \sum_{n=1}^{\infty} \Delta\varphi_{0n} + \sum_{m,n=1}^{\infty} \Delta\varphi_{mn}$$

onde

$$\Delta\varphi_{m0} = \frac{2I_0}{\sigma\pi ma} \coth\left(d\frac{m\pi}{b}\right) \left[\cos\left(\frac{m\pi y_1}{b}\right) - \cos\left(\frac{m\pi y_2}{b}\right)\right] \left[\cos\left(\frac{m\pi y_3}{b}\right) - \cos\left(\frac{m\pi y_4}{b}\right)\right]$$

$$\Delta\varphi_{0n} = \frac{2I_0}{\sigma\pi nb} \coth\left(d\frac{n\pi}{a}\right) \left[\cos\left(\frac{n\pi x_1}{a}\right) - \cos\left(\frac{n\pi x_2}{a}\right)\right] \left[\cos\left(\frac{n\pi x_3}{a}\right) - \cos\left(\frac{n\pi x_4}{a}\right)\right]$$

$$\Delta\varphi_{mn} = \frac{4I_0}{\sigma\pi ab} \left(\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}\right)^{-1/2} \coth\left(\pi d\sqrt{\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}}\right) \left[\cos\left(\frac{n\pi x_1}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi y_1}{b}\right) - \cos\left(\frac{n\pi x_2}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi y_2}{b}\right)\right] \left[\cos\left(\frac{n\pi x_3}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi y_3}{b}\right) - \cos\left(\frac{n\pi x_4}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi y_4}{b}\right)\right]$$

(x_i, y_i) são as coordenadas do ponto i e σ é a condutividade elétrica da amostra. A **resistividade** da amostra é, assim, dada por

$$\rho = \frac{\Delta\varphi_{med}}{\Delta\varphi_{norm}}$$

onde $\Delta\varphi_{med}$ é o valor da diferença de potencial medido (experimental) e $\Delta\varphi_{norm}$ é igual a $\Delta\varphi_{3,4}$ (analítico) calculado com $\sigma \equiv 1 (\Omega \text{ m})^{-1}$.

Os testes de convergência e a comparação com a literatura foram feitos para um determinado conjunto de valores hipotéticos. Na Figura 2a apresenta-se a **convergência** da solução obtida em função do número n_{max} de termos dos somatórios. Estes somatórios podem ser truncados em valores muito superiores, o que indica que a solução converge para qualquer precisão desejada.

Quanto a outros resultados na literatura, na Figura 2b apresenta-se a **comparação** com [5] e [3], em função da espessura d da amostra.

A solução de [5] é válida somente para pequenas espessuras (dentro outras limitações), limite para o qual a solução encontrada converge à de [5].

RESULTADOS

Já a solução proposta por [3], válida para qualquer espessura mas derivada de maneira diferente daquela deste trabalho, apresentou problemas de *overflow* na computação dos somatórios, estes tendo que ser truncados em cerca de 100 termos. Apesar disso, seus resultados convergem para os obtidos pela solução aqui descrita, conforme observa-se graficamente.

Por fim, [4] apresentam uma equação válida para qualquer espessura, e derivada de forma semelhante à deste trabalho, porém para contatos nos vértices. Após uma análise detalhada, observa-se que a solução obtida reduz-se exatamente à de [4] nas devidas condições.

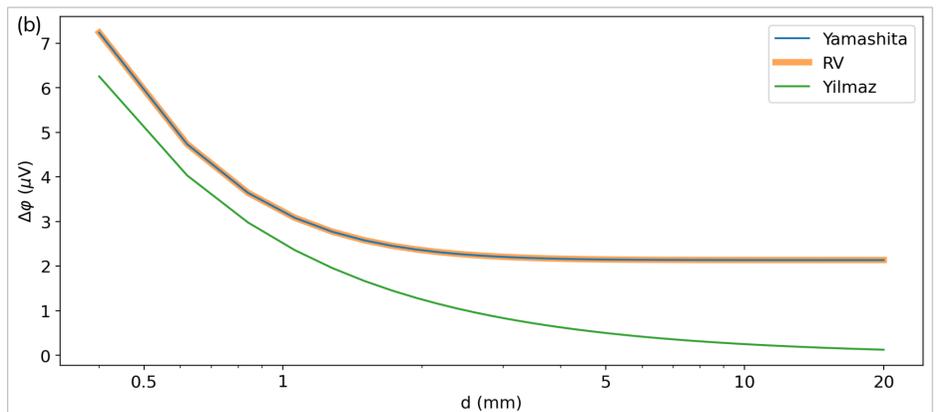
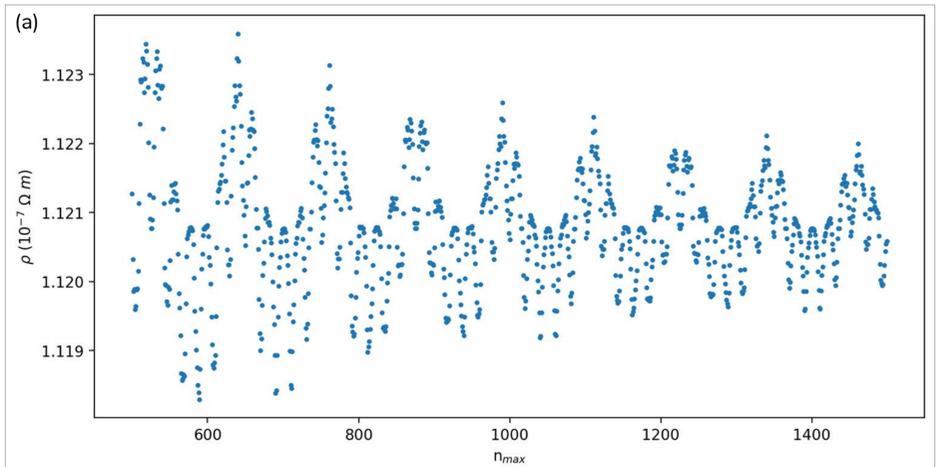


Figura 2 – (a) Convergência da solução encontrada. (b) Comparação entre a solução encontrada e a literatura. O resultado da solução descrita neste trabalho está rotulado por “RV”.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pela comparação com a literatura, conclui-se que a solução obtida condiz com o encontrado por outros pesquisadores, para as condições especificadas, o que reforça a **validade** do trabalho. Ainda, a solução obtida é mais genérica que as encontradas na literatura.

Com condições experimentais apropriadas, poder-se-ia verificar a validade da solução obtida, e esta poderia ser empregada em técnicas de altas pressões.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] SNIDER, E. et al. Room-temperature superconductivity in a carbonaceous sulfur hydride. *Nature*, v. 586, n. 7829, p. 373–377, 15 out. 2020.
- [2] JACKSON, J. D. *Classical Electrodynamics*. 3. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 1998.
- [3] YAMASHITA, M.; AGU, M. Geometrical Correction Factor for Semiconductor Resistivity Measurements by Four-Point Probe Method. *Jpn. J. Appl. Phys.*, v. 23, n. 11, p. 1499–1504, 1984.
- [4] WEISS, J. D.; KAPLAR, R. J.; KAMBOUR, K. E. A derivation of the van der Pauw formula from electrostatics. *Solid-State Electronics*, v. 52, n. 1, p. 91–98, jan. 2008.
- [5] YILMAZ, S. The geometric resistivity correction factor for several geometrical samples. *J. Semicond.*, v. 36, n. 8, p. 082001, ago. 2015.

APOIO